TOPOGRAFIA

Apostila 1

INTRODUÇÃO e REVISÃO GEOMETRIA

Manaus, 2019

Prof. Antonio Estanislau Sanches
Engenheiro Cartógrafo

INTRODUÇÃO

EMENTA

Topografia-Planimetria: definição, histórico, divisão, instrumentos utilizados, medição de ângulos e distâncias, orientação e georreferenciamento de plantas, métodos de levantamento topográfico planimétrico, cálculos, desenho topográfico, determinação de áreas.

INTRODUÇÃO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

UNIDADE	TÍTULO	ASSUNTO	C.H.
1	INTRODUÇÃO	Noções da Forma da Terra, projeções cartográficas, sistemas de coordenadas, projeção UTM, cálculo de azimutes, distâncias, perímetro e área e determinação de coordenadas em cartas topográficas. Introdução ao estudo da topografia, seus objetivos e limitações. Modelos da forma da terra (esfera, elipsóide, geóide), conceito de vertical do lugar e desvio da vertical. Características dos documentos cartográficos e diferença entre cartas e mapas; Conceito de DATUM, noções de projeções cartográficas e suas propriedades, sistemas de coordenadas planas e geográficas, escalas, exercícios de transformação de escalas, noções sobre erro de graficismo e precisão de escala; Projeção UTM e carta ao milionésimo, índice de nomenclatura e articulação das folhas topográficas, noções de leitura de cartas e obtenção de coordenadas planas e geográficas em uma carta topográfica; Locação de pontos na carta a partir de suas coordenadas planas ou geográficas, procedimentos para determinação do azimute e distância entre dois pontos numa carta; Determinação do perímetro e área de um polígono locado numa carta topográfica, através da metodologia de Gauss, exercícios.	18

INTRODUÇÃO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

UNIDADE	TÍTULO	ASSUNTO	C.H.
2	POLIGONAÇÃO	Estacionamento e leitura angular no teodolito, prática de estacionamento, determinação de leituras angulares e taqueometria, poligonação e irradiamento, prática de poligonação, cálculo da poligonal e ajustamento das coordenadas obtidas. Procedimentos básicos no estacionamento de um equipamento de topografia, centragem, nivelamento e focalização do instrumento. Leituras angulares horizontais e verticais usando a técnica de leitura PD (posição direta) e PI (posição inversa), cálculo das leituras angulares com a determinação do ângulo interno de uma visada; Exercícios práticos no estacionamento de um instrumento de topografia e realização de leituras angulares horizontais e verticais através da técnica de leitura PD e PI; Conceito de taqueometria na determinação de distâncias através dos fios estadimétricos dos teodolitos e com emprego de uma régua graduada (mira centimétrica). Exercícios em sala Conceito de transporte de coordenadas através da técnica de poligonação. Cálculo, fechamento e distribuição de erros lineares e angulares de uma poligonal; Conceito de irradiamento de pontos e cálculo das coordenadas dos pontos irradiados a partir da poligonal de apoio realizada através de exercício prático no levantamento de uma poligonal fechada, a partir de um ponto de coordenadas conhecidas e de um azimute inicial, utilizando a técnica da taqueometria na determinação das distâncias; Prática em sala de aula no cálculo e fechamento angular e linear da poligonal levantada no exercício prático, com o cálculo das coordenadas ajustadass.	24

INTRODUÇÃO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

UNIDADE	TÍTULO	ASSUNTO	C.H.
3	NIVELAMENTO	Conceitos sobre nivelamento; Prática de nivelamento; cálculo dos desníveis e volumes obtidos pelo nivelamento. Noções sobre nivelamento, métodos de nivelamento e teoria utilizada nos nivelamentos empregados em obras de modo geral; Exercício prático sobre nivelamento utilizando o método das visadas extremas em um terreno do campus universitário; Prática no cálculo dos desníveis dos pontos nivelados, obtenção das curvas de nível através de interpolação e cálculo do volume de aterro ou corte; Cálculo e locação de uma cota de passagem.	18

INTRODUÇÃO

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

US Navy - Construção Civil: Teoria E Prática. Topografia. Volume 1, Edit. Hemus 2005.

MCCORMAC, J - Topografia livros técnicos e científicos 2007.

BORGES, ALBERTO DE CAMPOS. Exercícios de Topografia. Edit. Edgard Blucher. 3 edição. 1975. 192p.

JOLY, FERNADO. A Cartografia. Editora Papirus. 4 edição. 2001. 136p.

INTRODUÇÃO

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

GUERRA, A. J. T. 2006. Geomorfologia ambiental Bertrand Brasil.

ZUQUETTE, LAZARO V. Cartografia: geotécnica. Editora Oficina de textos. 2004.

BORGES, ALBERTO DE CAMPOS. Topografia. Volume 1 e Volume 2. Edit. Edgard Blucher. 2ª edição 1977.Casaca, João M. TOPOGRAFIA GERAL. São Paulo, LTC, 2007.

CASACA, JOÃO. Topografia Geral. Editora LTC. Rio de Janeiro. 2007 .

JACK MCCORMAC, Topografia. São Paulo, LTC, 2007.

GONÇALVES, JOSÉ ALBERTO; MADEIRA, SÉRGIO. TOPOGRAFIA, Portugal, Lidel, 2008.

LOCH, CARLOS; CORDINI, JUCILEI. Topografia Contemporânea. São Carlos, UFSC, 2007.

ANTAS; VIEIRA; GONÇALO E LOPES. Estradas - Projeto Geométrico e de Terraplanagem. São Paulo, Interciência, 2010.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 13133: execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro: ABNT, 2010. 35 p.

INTRODUÇÃO

- O homem sempre necessitou conhecer o meio em que vive, por questões de sobrevivência, orientação, segurança, guerras, navegação, construção, etc;
- alguns historiadores dizem que o homem já fazia mapas antes mesmo de desenvolver a escrita;
- Etimologicamente a palavra TOPOS, em grego, significa lugar e GRAPHEN descrição, assim, de uma forma bastante simples, **TOPOGRAFIA** *significa descrição do lugar*;
- "**A Topografia tem por finalidade determinar o contorno, dimensão e posição relativa de uma porção limitada da superfície terrestre, sem levar em conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre**" ESPARTEL (1987);
- Seu objetivo é efetuar o levantamento do terreno(*através de medições de ângulos, distâncias e desníveis*) de forma a representá-lo numa superfície plana em uma escala adequada.

CONCEITOS

- Topografia pode ser entendida como **parte da Geodésia**, ciência que tem por objetivo determinar a forma e dimensões da Terra.

- Na Topografia trabalha-se com medidas (*lineares e angulares*) realizadas sobre a superfície da Terra e a partir destas medidas são calculados áreas, volumes, coordenadas, etc. Além disto, estas grandezas poderão ser representadas, numa superfície plana, sob forma gráfica através de mapas ou plantas.

- A Topografia é dividida em **Topometria** e **Topologia**
  - **TOPOLOGIA** tem por objetivo o estudo das formas exteriores do terreno e das leis que regem o seu modelado;
  - **TOPOMETRIA** estuda os processos clássicos de medição de distâncias, ângulos e desníveis

LEGISLAÇÃO

- ABNT - NBR 13133 – 1991;

- Resolução do CONMETRO 12/88 – Quadro Geral de Unidades de Medida;

- Lei Federal 5194/66 – regula o exercício profissional

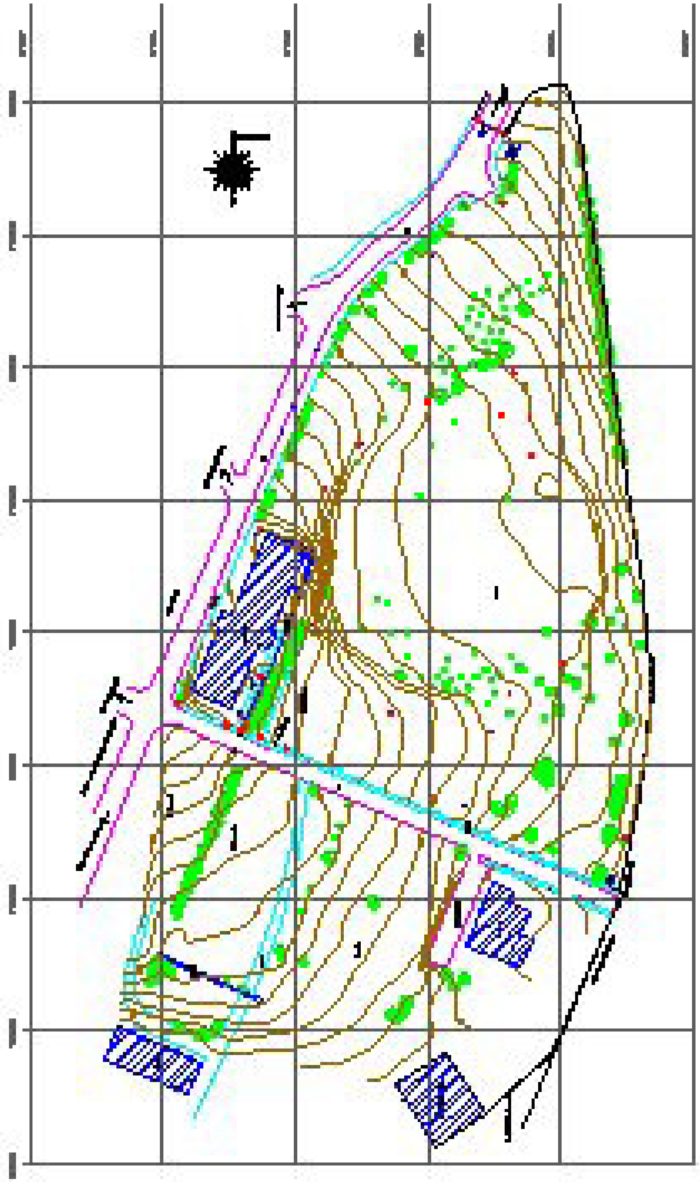
- Resoluções do CONFEA:
  - 218/73 – define os objetos da atividade profissional
  - 205/71 e 1002/02 – sobre código de ética

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

- o levantamento topográfico pode ser divido em duas partes: o levantamento **PLANIMÉTRICO**, onde se procura determinar a posição planimétrica dos pontos (*coordenadas X e Y*) e o levantamento **ALTIMÉTRICO**, cujo objetivo é determinar a cota ou altitude de um ponto (*coordenada Z*);

- À realização simultânea dos dois levantamentos dá-se o nome de levantamento **PLANIALTIMÉTRICO**;

EXEMPLO DE LEVANTAMENTO PLANIALTIMÉTRICO



OBJETIVOS DA TOPOGRAFIA

A Topografia é a base para diversos trabalhos de engenharia, onde o conhecimento das formas e dimensões do terreno é importante:

- projetos e execução de estradas;
- grandes obras de engenharia, como pontes, portos, viadutos, túneis, etc.;
- monitoramento da obra após a sua execução (*para determinar possíveis deslocamentos estruturais*);
- locação de obras;
- trabalhos de terraplenagem;
- monitoramento de estruturas;
- planejamento urbano;
- irrigação e drenagem;
- reflorestamentos;
- etc.

SISTEMAS DE COORDENADAS

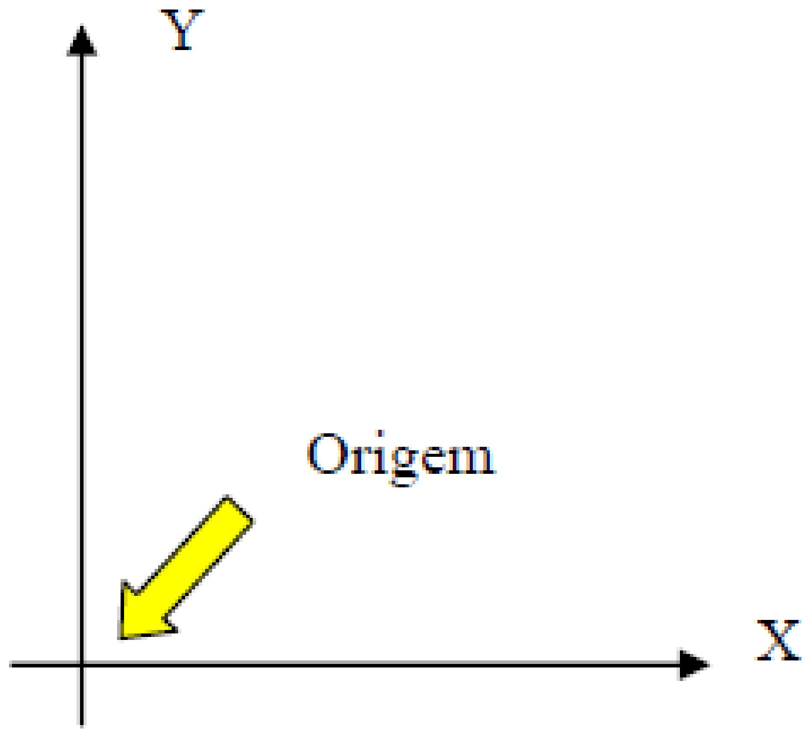
Um dos principais objetivos da Topografia é a determinação de coordenadas relativas de pontos. Para tanto, torna-se necessário que estas sejam expressas em um sistema de coordenadas

- **SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS**
- **SISTEMAS DE COORDENADAS ESFÉRICAS**

SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

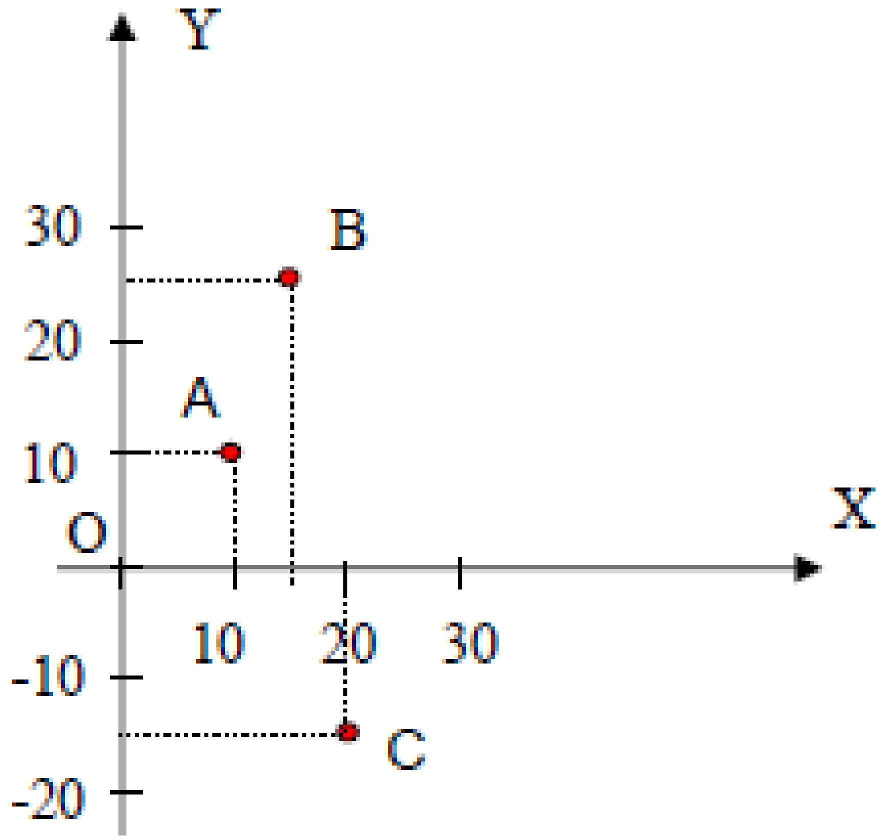
No espaço bidimensional, um sistema bastante utilizado é o sistema de coordenadas retangulares ou cartesiano.

É um sistema de eixos ortogonais no plano, constituído de duas retas orientadas X e Y, perpendiculares entre si. A origem deste sistema é o cruzamento dos eixos X e Y



SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

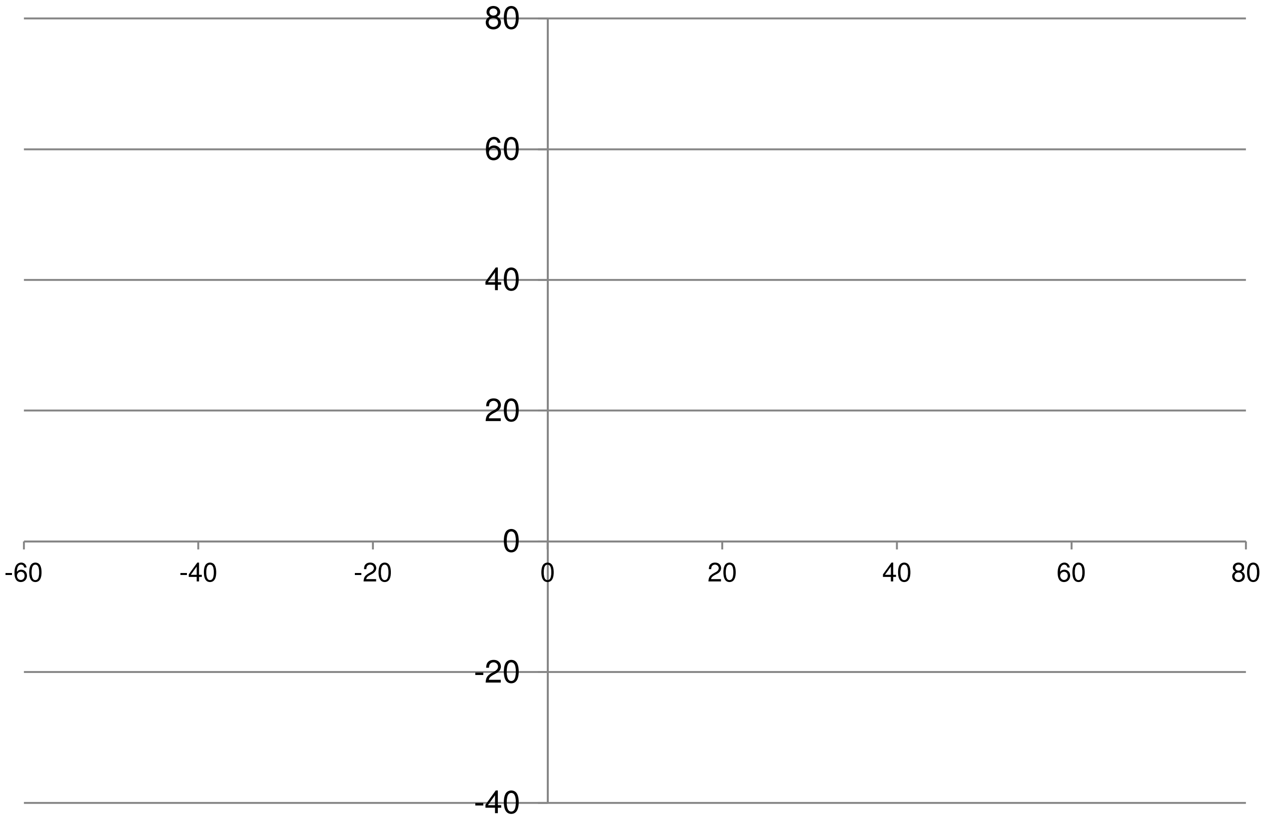
- Um ponto é definido neste sistema através de uma coordenada abscissa (*coordenada X*) e outra ordenada (*coordenada Y*);
- O símbolo P(*x,y*) é usado para denominar um ponto P com abscissa **x** e ordenada **y**;
- A figura ao lado representa um sistema de coordenadas, cujas coordenadas da origem são **O (0,0)**. Nele estão representados os pontos *A(10,10)*, *B(15,25)* e *C(20,-15)*.



SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

- No sistema abaixo, locar:

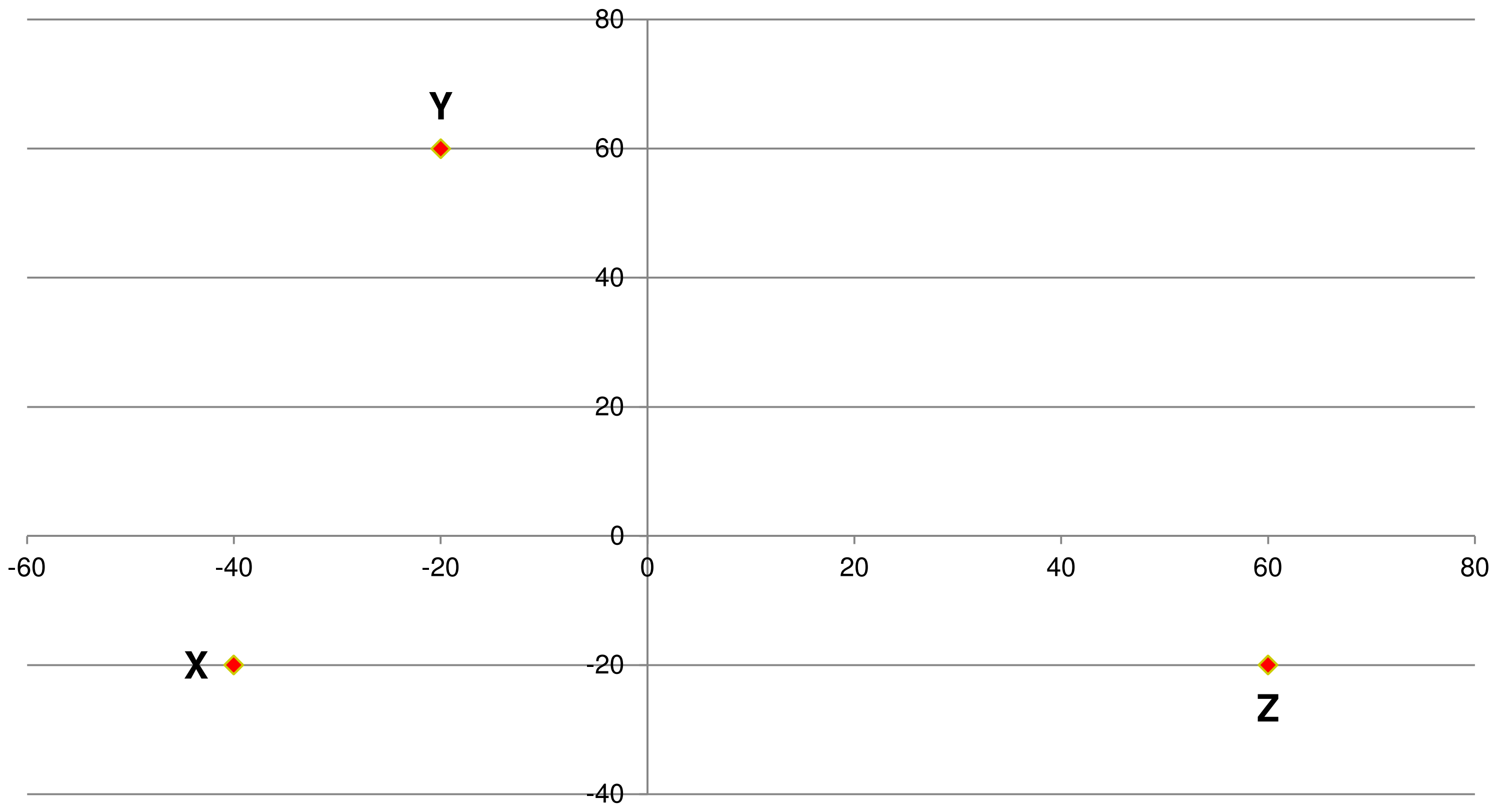
X(-40; -20) ; Y(-20; 60) e Z(60; -20)



SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

- No sistema abaixo, locar:

X(-40; -20) ; Y(-20; 60) e Z(60; -20)

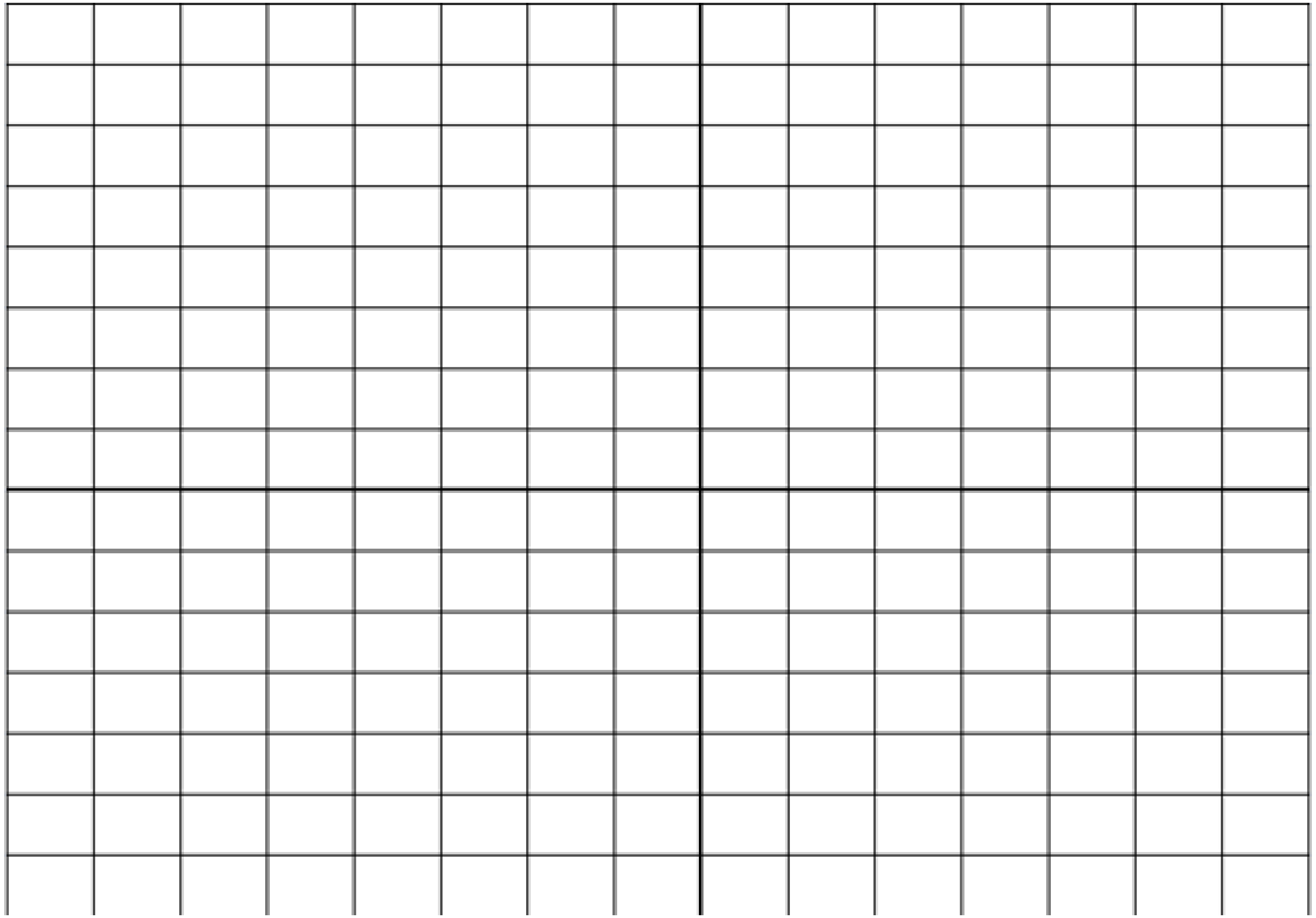


REVOLVER EM SALA OS EXERCÍCIOS

SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

Num papel quadriculado, em um mesmo plano cartesiano, localize os pontos:

A = (0 , 4); B = (-4 , 5); C = (3 , - 4); D = (2 , 2); E = (0 , 0)

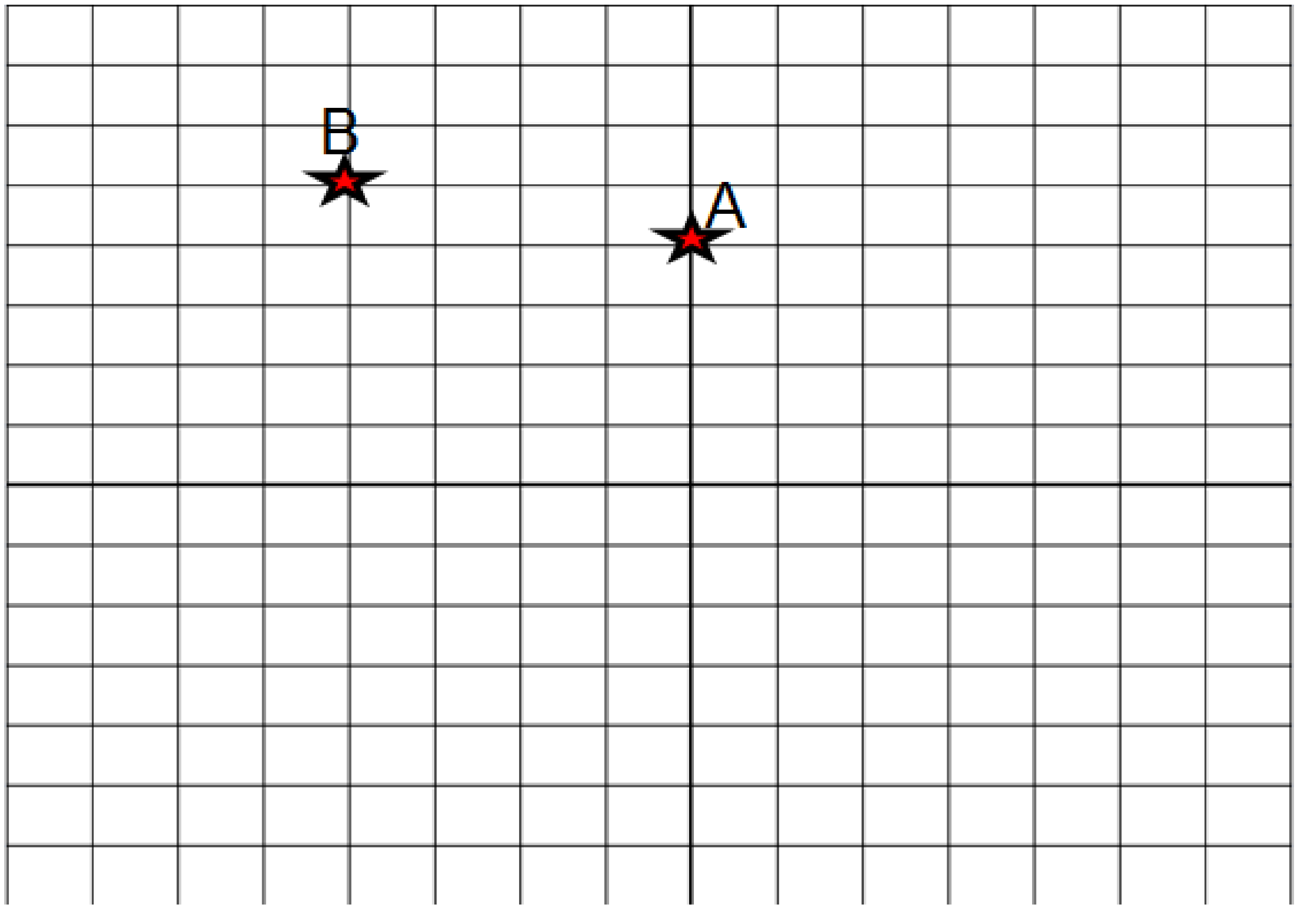


SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

SOLUÇÃO

Num papel quadriculado, em um mesmo plano cartesiano, localize os pontos:

A = (0 , 4); B = (-4 , 5); C = (3 , - 4); D = (2 , 2); E = (0 , 0)

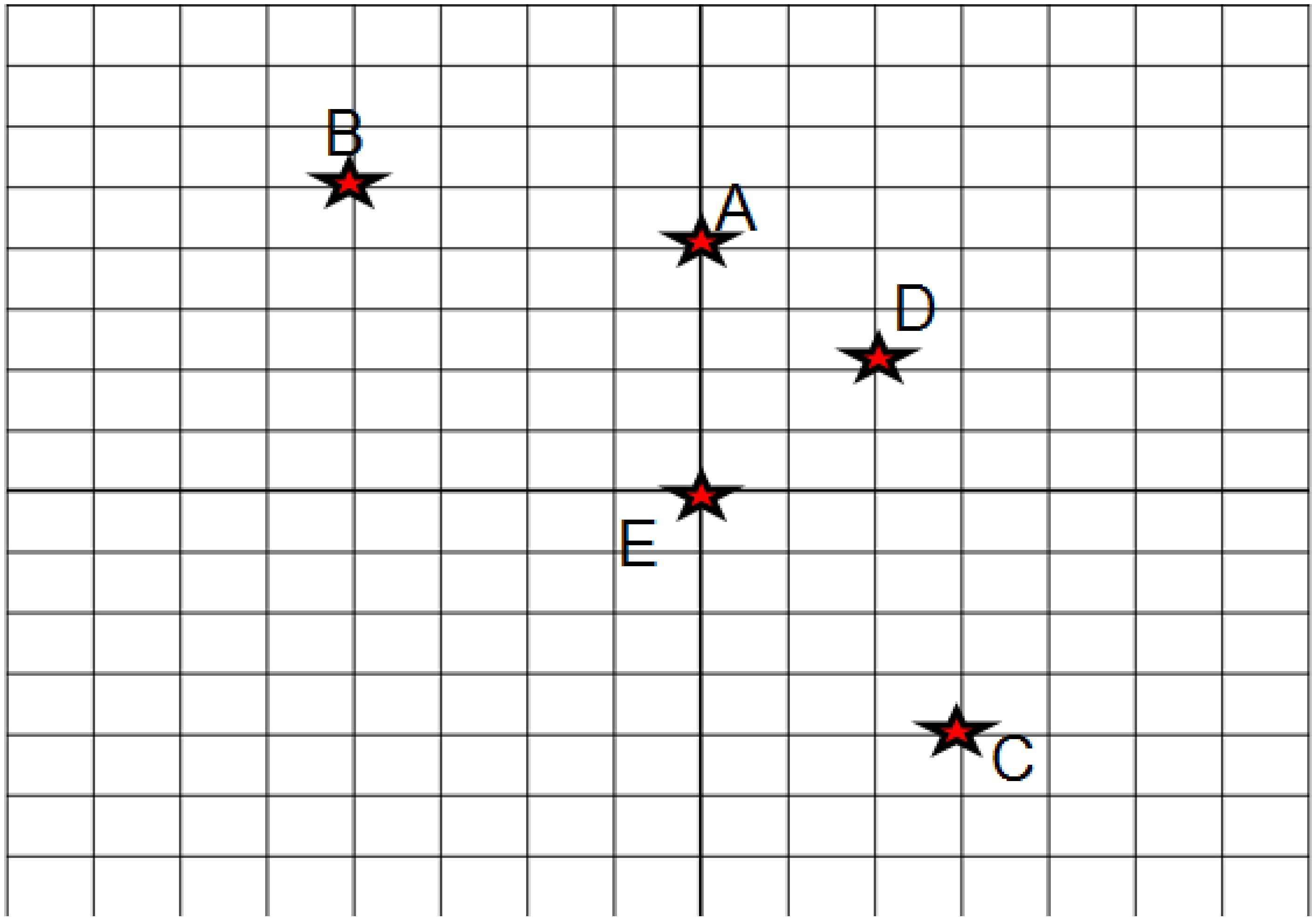


SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

SOLUÇÃO

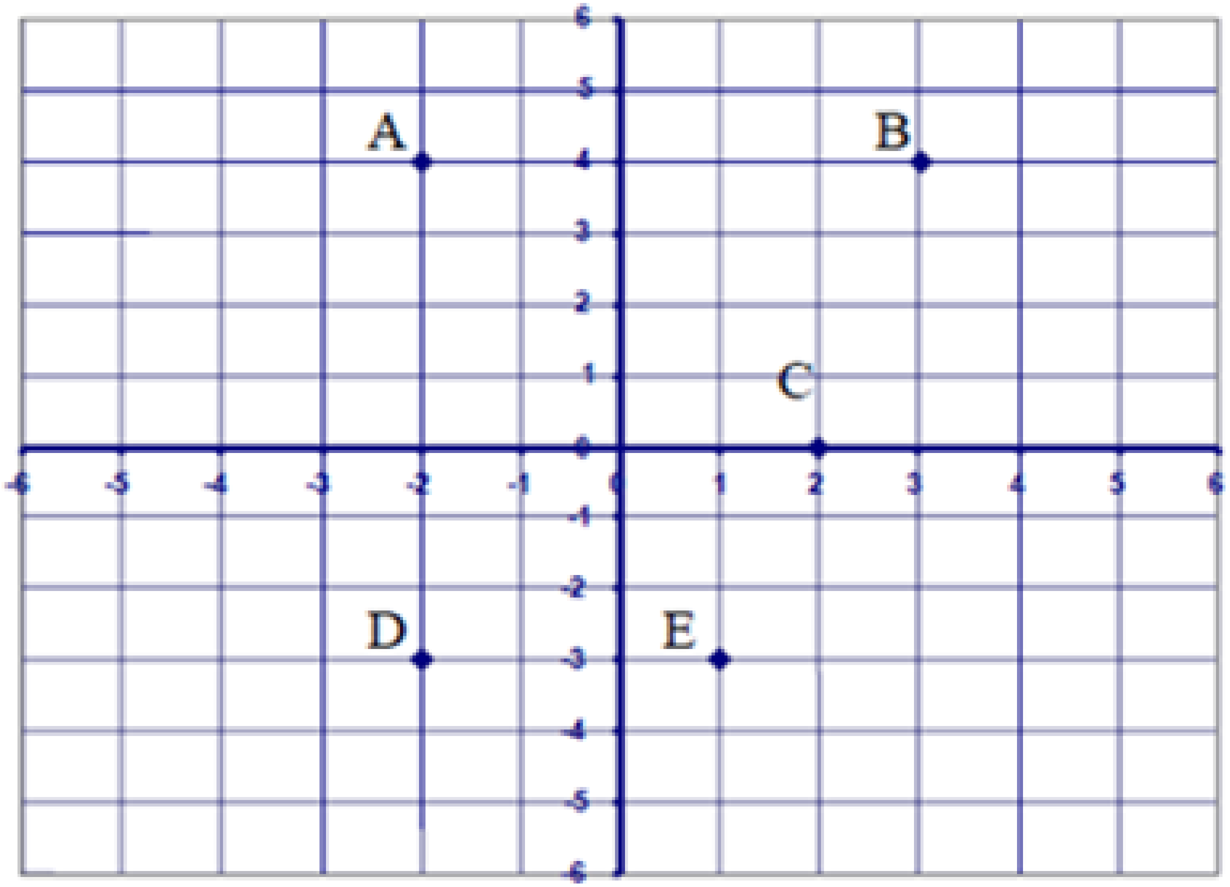
Num papel quadriculado, em um mesmo plano cartesiano, localize os pontos:

A = (0 , 4); B = (-4 , 5); C = (3 , - 4); D = (2 , 2); E = (0 , 0)



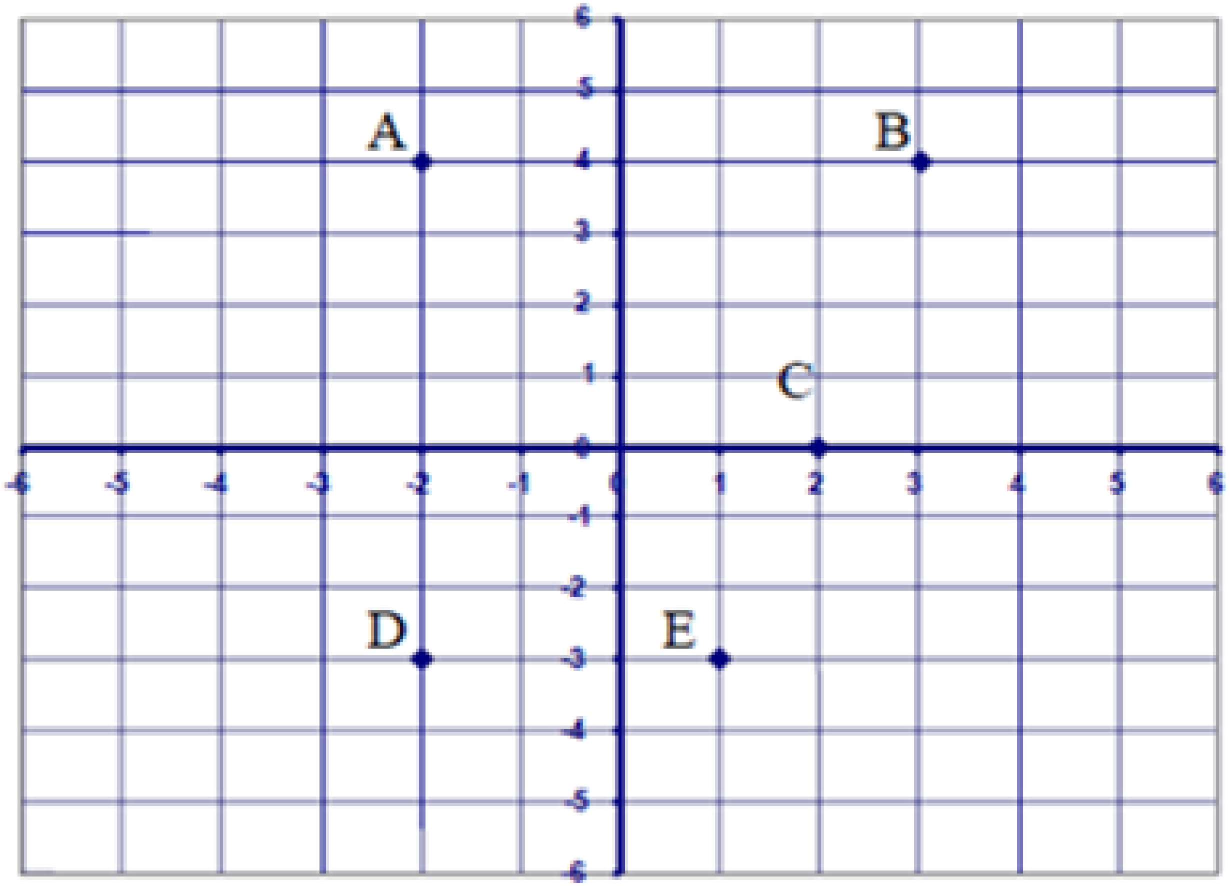
SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

No plano cartesiano abaixo, dê os pares ordenados de cada ponto:



SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

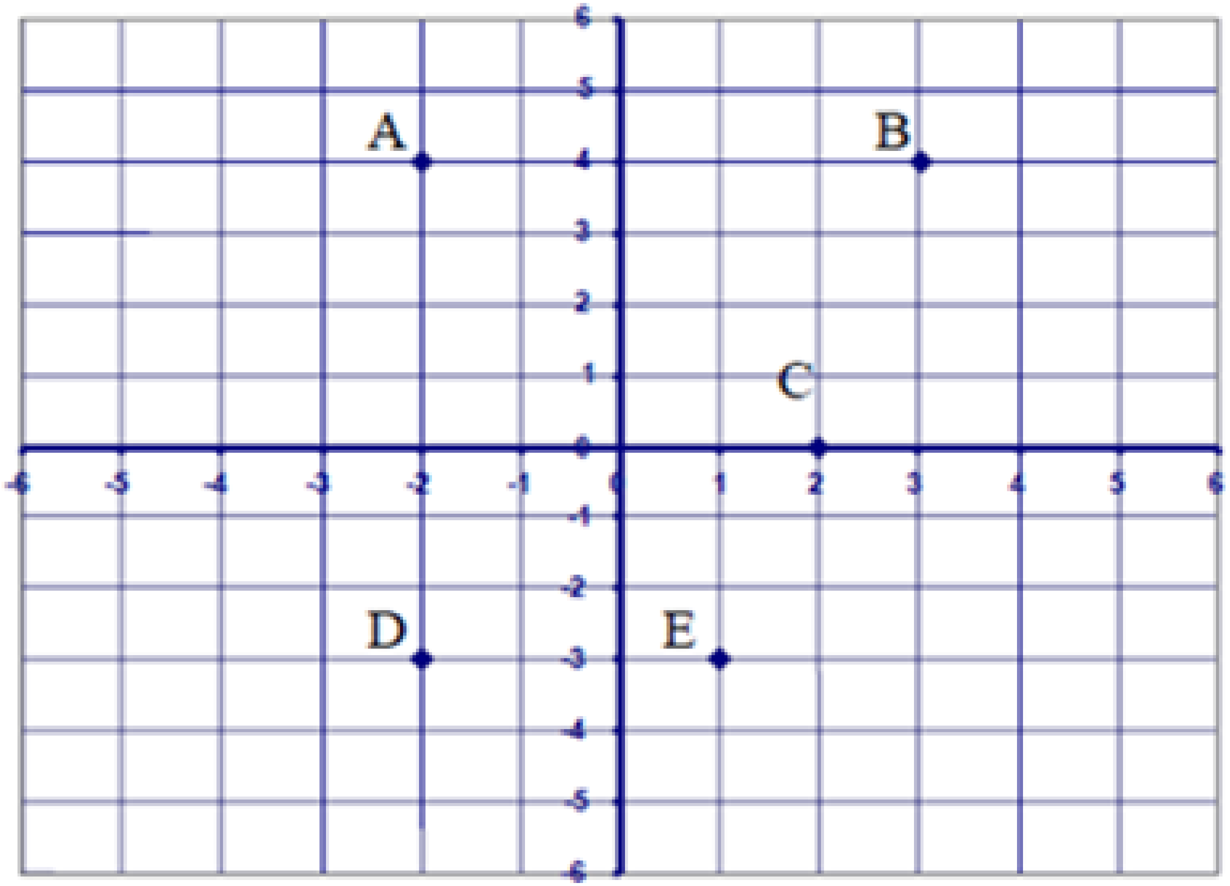
No plano cartesiano abaixo, dê os pares ordenados de cada ponto:



A = (-2 , 4); B = (3 , 4); C = (2 , 0);

SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

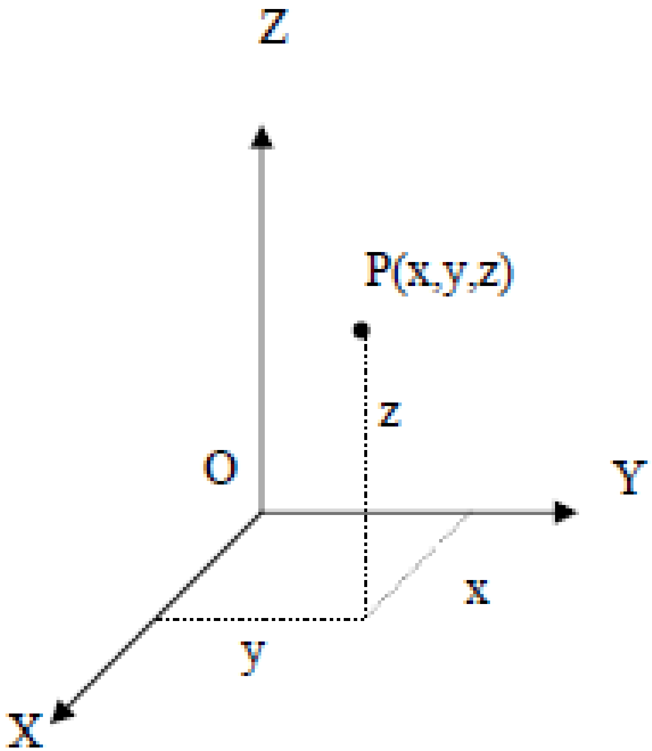
No plano cartesiano abaixo, dê os pares ordenados de cada ponto:



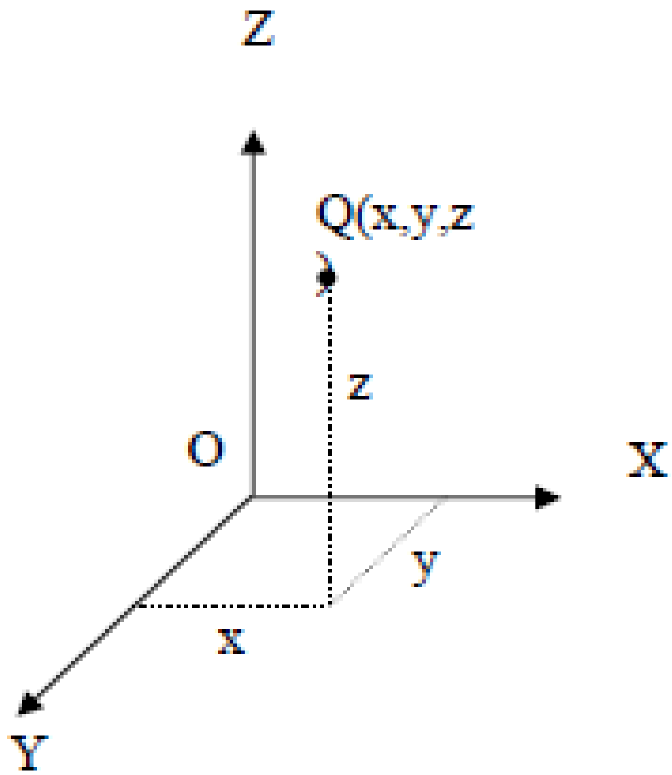
A = (-2 , 4); B = (3 , 4); C = (2 , 0); D = (-2 , -3); E = (1 , -3)

SISTEMAS DE COORDENADAS CARTESIANAS

Dextrógiro



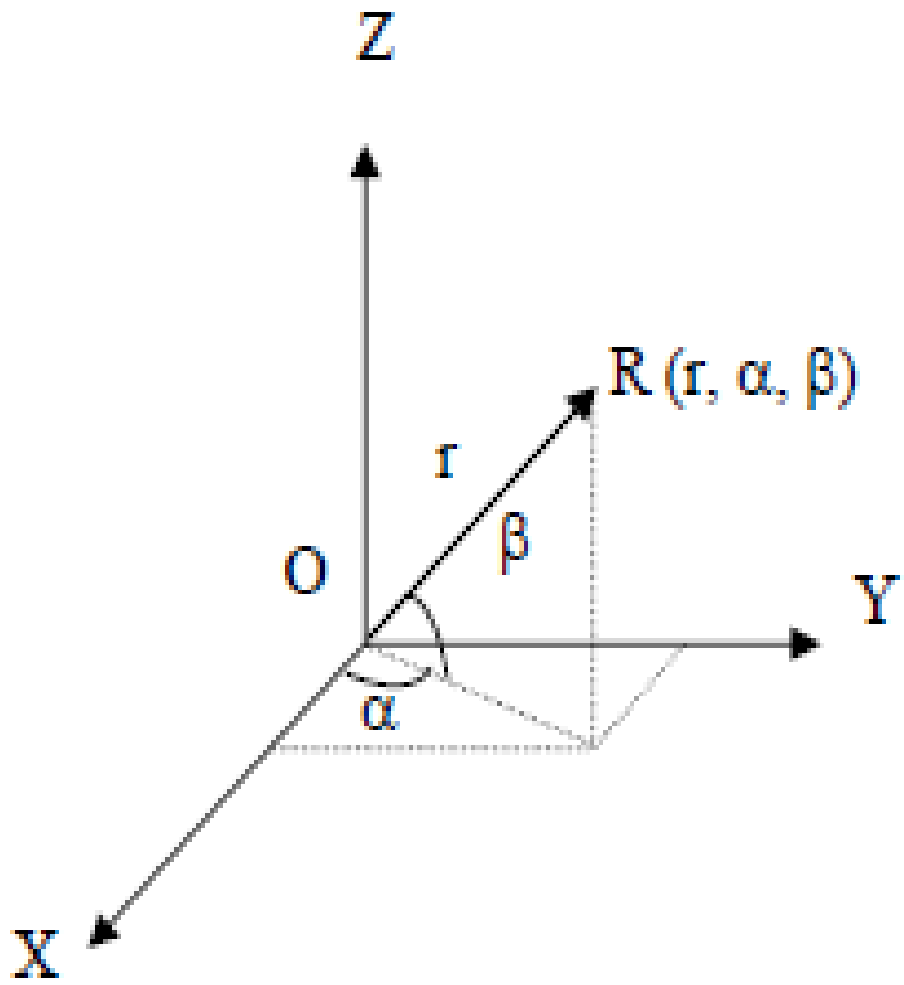
Levogiro



Um sistema de coordenadas cartesianas retangulares no espaço tridimensional é caracterizado por um conjunto de três retas (*X*, *Y*, *Z*) denominadas de eixos coordenados

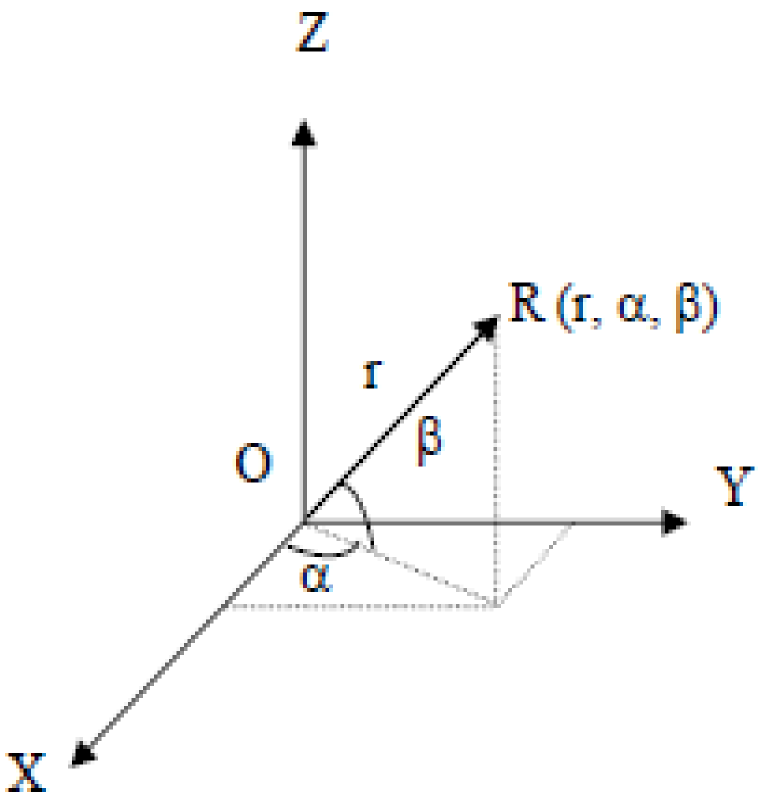
SISTEMAS DE COORDENADAS ESFÉRICAS

Um ponto do espaço tridimensional pode ser determinado pelo afastamento **r** entre a origem do sistema e o ponto R considerado; pelo ângulo **β** formado entre o segmento OR e a projeção ortogonal deste sobre o plano xy e pelo ângulo **α** que a projeção do segmento OR sobre o plano xy forma com o semi-eixo OX.



As coordenadas esféricas de um ponto R são dadas por (r, α, β).

SISTEMAS DE COORDENADAS ESFÉRICAS



$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\alpha \\ \cos\beta\,\text{sen}\,\alpha \\ \text{sen}\,\beta \end{bmatrix}$$

É possível sobrepor um sistema de coordenadas cartesianas a um sistema de coordenadas esféricas. O ponto R, determinado pelo terno cartesiano (*x, y, z*) será expresso pelas coordenadas esféricas (*r, α, β*), sendo o relacionamento entre os dois sistemas obtido pelo vetor posicional.

SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIAS

- Devido às irregularidades da superfície terrestre, utilizam-se modelos (*figuras geométricas, mais simples e regulares*) para a sua representação. São modelos que mais se aproximam da forma real da terra, com objetivo de efetuar os cálculos. Cada um destes modelos tem a sua aplicação.

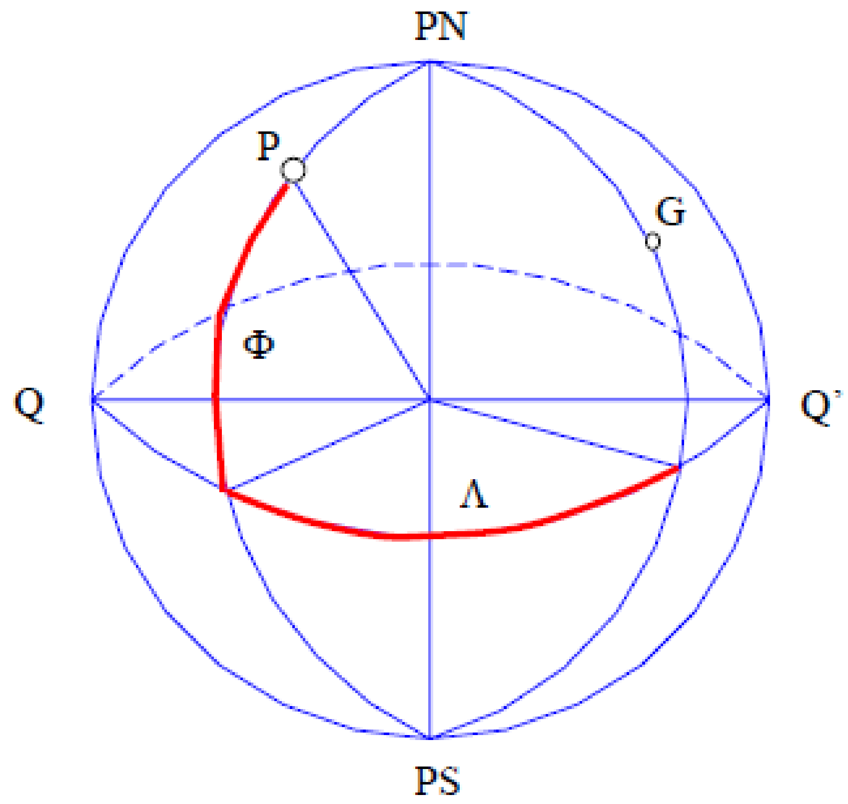
MODELO ESFÉRICO

Em diversas aplicações a terra pode ser considerada uma esfera, como no caso da astronomia. Um ponto pode ser localizado sobre esta esfera através de sua latitude e longitude. Tratando-se de astronomia, estas coordenadas são denominadas de **LATITUDE** e **LONGITUDE** astronômicas.

❖**LATITUDE ASTRONÔMICA** (Φ): é o arco de meridiano contado desde o equador até o ponto considerado, sendo, por convenção, positiva no hemisfério Norte e negativa no hemisfério Sul;

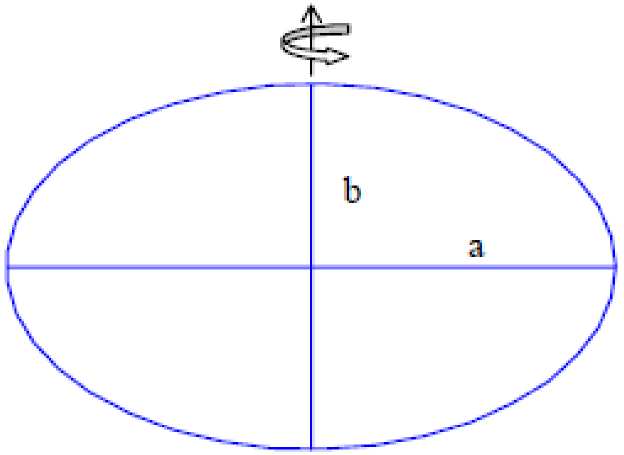
❖**LONGITUDE ASTRONÔMICA** (Λ): é o arco de equador contado desde o meridiano de origem (*Greenwich) até o meridiano do ponto considerado. Por convenção a longitude varia* de 0º a +180º no sentido leste de Greenwich e de 0º a -180º por oeste de Greenwich

TERRA ESFÉRICA
coordenadas astronômicas



MODELO ELIPSOIDAL

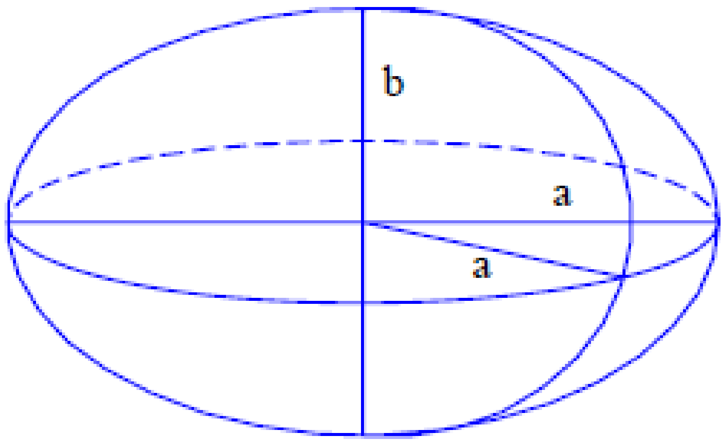
- A Geodésia adota como modelo o elipsóide de revolução.
- O elipsóide de revolução ou biaxial é a figura geométrica gerada pela rotação de uma semi-elipse (*geratriz*) em torno de um de seus eixos (*eixo de revolução*);
- se este eixo for o menor tem-se um elipsóide achatado. Existem mais de 70 tipos de elipsóides utilizados no mundo.



a: semi-eixo maior da elipse
b: semi-eixo menor da elipse

MODELO ELIPSOIDAL

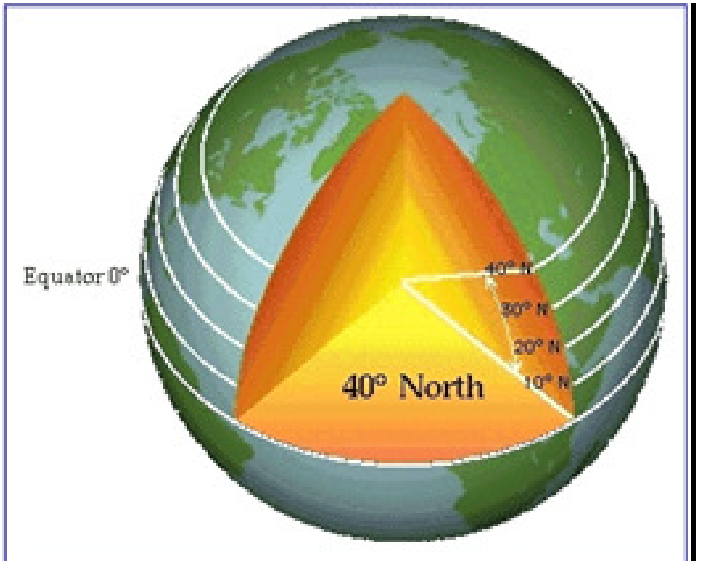
- Um elipsóide de revolução fica definido por meio de dois parâmetros, os semi-eixos **a** (*maior*) e **b** (*menor*).
- Os parâmetros do elipsóide são representados pelo semi-eixo maior **a** e pelo achatamento **f**, expresso pela equação:

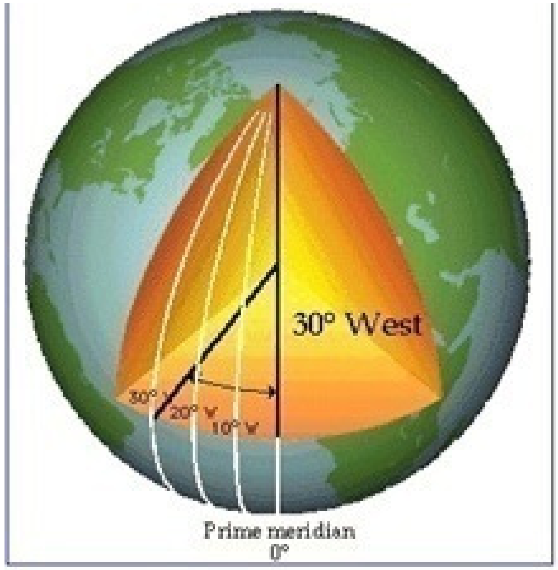


$$f = \frac{a-b}{a}$$

COORDENADAS ELIPSÓIDICAS

- **<u>Latitude Geodésica</u>** (**φ**): ângulo que a normal forma com sua projeção no plano do equador, sendo positiva para o Norte e negativa para o Sul.
- **<u>Longitude Geodésica</u>** (**λ**): ângulo diedro formado pelo meridiano geodésico de Greenwich (*origem*) e do ponto P, sendo positivo para Leste e negativo para Oeste.





Sistema Geodésico Brasileiro (SIRGAS2000)

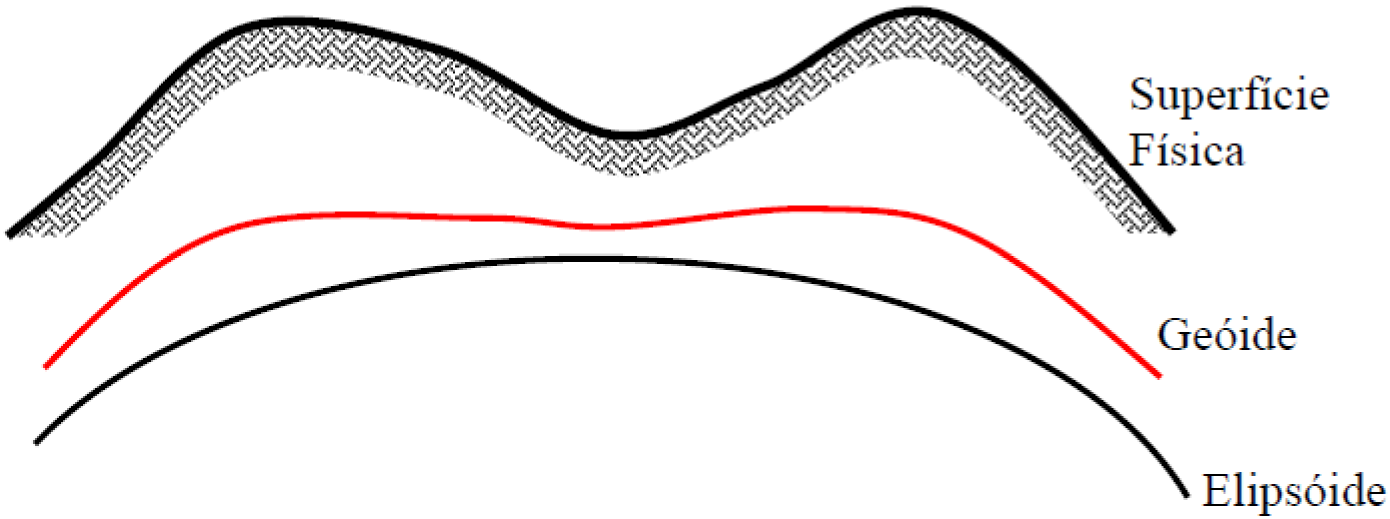
- No Brasil, o atual Sistema Geodésico Brasileiro (SIRGAS2000 - **SIstema de Referência Geocêntrico para as Américas)** adota o elipsóide de revolução GRS80 (Global Reference System 1980), cujos semi-eixo maior e achatamento são:
- a = 6.378.137,000 m
- f = 1/298,257222101

- O desenvolvimento do Projeto SIRGAS compreende as atividades necessárias à adoção no continente de sistema de referência de precisão compatível com as técnicas atuais de posicionamento, notadamente as associadas ao Sistema de Posicionamento Global (GPS).

- http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_sirgas_int.shtm

MODELO GEOIDAL

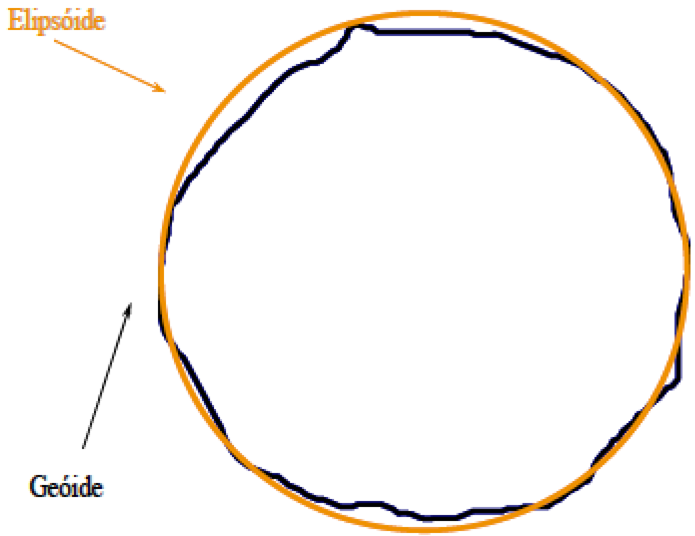
O modelo geoidal é o que mais se aproxima da forma da Terra. Definido teoricamente como sendo o nível médio dos mares em repouso, prolongado através dos continentes. Não é uma superfície regular e trata-se de uma figura de difícil tratamento matemático.



O geóide é uma superfície equipotencial do campo da gravidade ou superfície de nível, sendo utilizado como referência para as altitudes ortométricas (*distância contada sobre a vertical, do geóide até a superfície física*) no ponto considerado.

DISTINÇÃO ENTRE GEÓIDE e ELIPSÓIDE

SUPERFÍCIE ELIPSOIDAL – É uma superfície caracterizada geometricamente sobre a qual um ponto localizado na superfície terrestre é projetado segundo a direção da reta normal ao elipsóide.

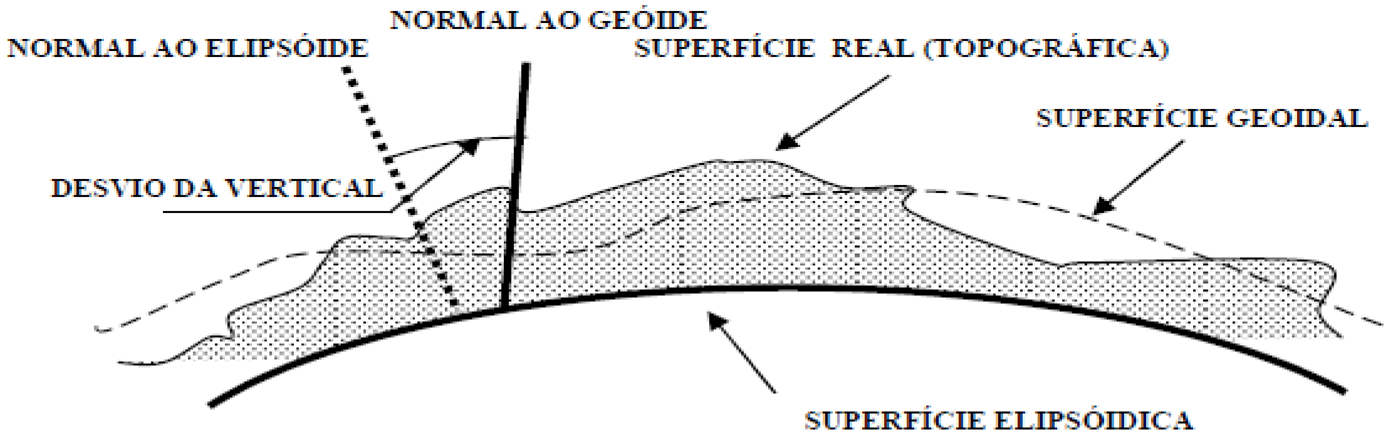


VERTICAL DO LUGAR – É uma superfície ondulada, irregular, (*prolongamento do nível médio dos mares*) sobre a qual um ponto localizado na superfície terrestre é projetado segundo a reta normal ao geóide, caracterizada fisicamente pelo fio do prumo.

DESVIO DA VERTICAL

É o ângulo formado entre a vertical do lugar (*direção do fio de prumo*) e a normal ao elipsóide. Sua determinação é realizada através de medições gravimétricas.

A figura mostra a comparação entre as superfícies TERRESTRE (*onde os objetos geográficos estão localizados*), a GEOIDAL (*em relação a qual as alturas geométricas dos objetos geográficos são medidas = altitude*) e a ELIPSOIDAL (*em relação a qual as alturas geométricas dos objetos geográficos são medidos pela tecnologia do GPS*).



ALTITUDE ORTOMÉTRICA

É a distância medida na vertical do lugar, desde a superfície GEOIDAL (representada pelo nível médio dos mares), até o ponto localizado na superfície TERRESTRE (acidente topográfico). – Ou seja, a ALTITUDE ORTOMÉTRICA, é altitude fornecida pelos mapas, cartas e plantas topográficas.

MODELO PLANO

- A topologia (acidentes geográficos) necessariamente precisa estar representada em um plano de projeção (*carta ou plantas topográficas*);
- Devido a curvatura da terra, esta representação seria impossível, porém, as leis e teoremas da trigonometria oferecem uma solução viável para esse problema;
- Ângulos pequenos, de até 0,5 º apresentam a seguinte característica:

  o ângulo expresso em radianos se iguala ao valor de sua tangente e do seno, dessa forma:

Arco de 0,5 º em rad = Seno (0,5 º) = Tan (0,5 º)

Raio Médio da Terra – Rm = 6.378.167 m

MODELO PLANO

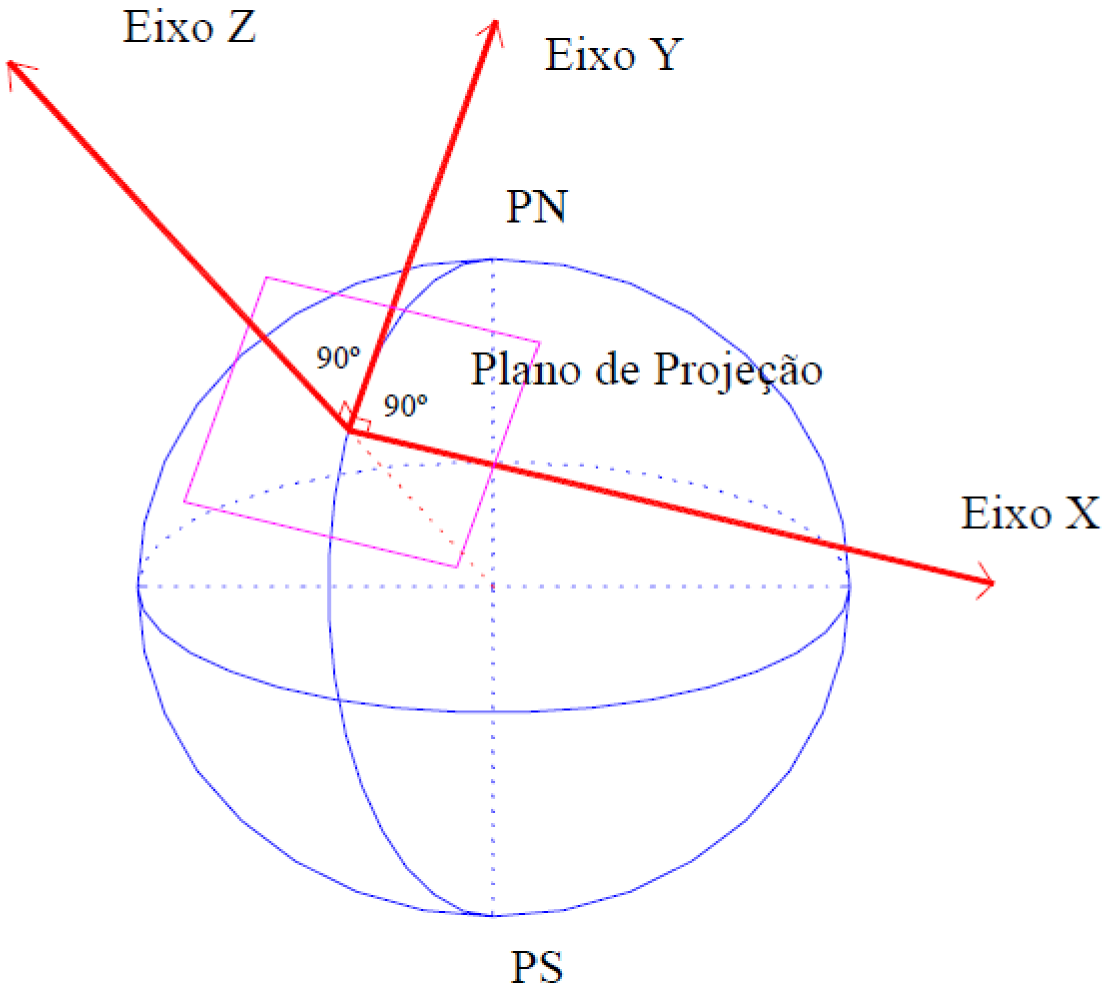
- A NRB 13133 (Execução de Levantamento Topográfico) admite a terra representativa em um plano, desde que as dimensões a serem representadas, não ultrapassem a 56 km
- Uma vez que a Topografia busca representar um conjunto de pontos no plano é necessário estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas para a representação dos mesmos;
- Este sistema pode ser caracterizado da seguinte forma:

Eixo Z: materializado pela vertical do lugar (linha materializada pelo fio de prumo);

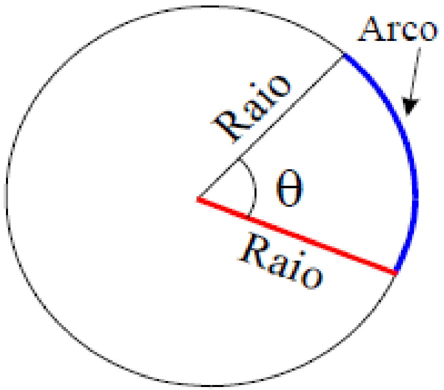
Eixo Y: definido pela meridiana (linha norte-sul magnética ou verdadeira);

Eixo X: sistema dextrógiro (formando 90º na direção leste).

PLANO EM TOPOGRAFIA



Medida Angular (Sexagesimal, Centesimal e Radianos)



RADIANO

Um radiano é o ângulo central que subentende um arco de circunferência de comprimento igual ao raio da mesma. $2\pi R = 360º$, sendo: arco = R = raio

UNIDADE SEXAGESIMAL - GRAU

1 grau = 1/360 da circunferência
grau ° 1° = (π /180) rad
minuto ' 1' = 1°/60= (π/10800) rad
segundos " 1" = 1°/3600= (π/648000) rad

UNIDADE CENTESIMAL - GRADO

1 grado =1/400 da circunferência
Um grado é dividido em 100' e cada minuto tem 100".

Medida Angular (Sexagesimal e Radianos)

EXERCÍCIOS:

1) Transforme os ângulos, em graus, minutos e segundos para:

a) fração decimal de grau

a) 32º 28’ 59” =

b) 17º 34’ 18,3” =

c) 125º 59’ 57” =

b) radianos pi = 3,141592654

a) 32º 28’ 59” =

b) 17º 34’ 18,3” =

c) 125º 59’ 57” =

<u>OBS</u>: Para usar as funções trigonométricas (*seno, cosseno e tangente*) numa calculadora, o ângulo deverá, previamente, ser decimalizado (*transformado em grau decimal*) ou radianizado (*transformado em radiano*) *neste* último caso, a calculadora deverá estar configurada para o modo radiano.

Medida Angular (Sexagesimal e Radianos)

RESPOSTA:

32º 28’ 59” = 32 + (28/60) + (59/3600) $\Rightarrow$ 32 + 0,466667 + 0,016389

$\Rightarrow$ ou 32,483056º

b) 17º 34’ 18,3” = 17,57175º

c) 125º 59’ 57” = 125 = 125,9991667º

a)32º 28’ 59” ou 32,483056º $\Rightarrow$ (32,483056º x ¶) / 180º $\Rightarrow$ 0,56694 rad

b) 17º 34’ 18,3” = $\Rightarrow$ 0,30668 rad

c) 125º 59’ 57” = 2,19910 rad

Dividir o ângulo 125º 59’ 57” em 2 partes:

Dividir o ângulo 13º 11’ 02” em 3 partes:

Medida Angular (Sexagesimal e Radianos)

RESPOSTA:

32º 28' 59" = 32 + (28/60) + (59/3600) ⇒ 32 + 0,466667 + 0,016389
⇒ ou 32,483056º

b) 17º 34' 18,3" = 17,57175º

c) 125º 59' 57" = 125 = 125,9991667º

a)32º 28' 59" ou 32,483056º ⇒ (32,483056º x ¶) / 180º ⇒ 0,56694 rad

b) 17º 34' 18,3" = ⇒ 0,30668 rad

c) 125º 59' 57" = 2,19910 rad

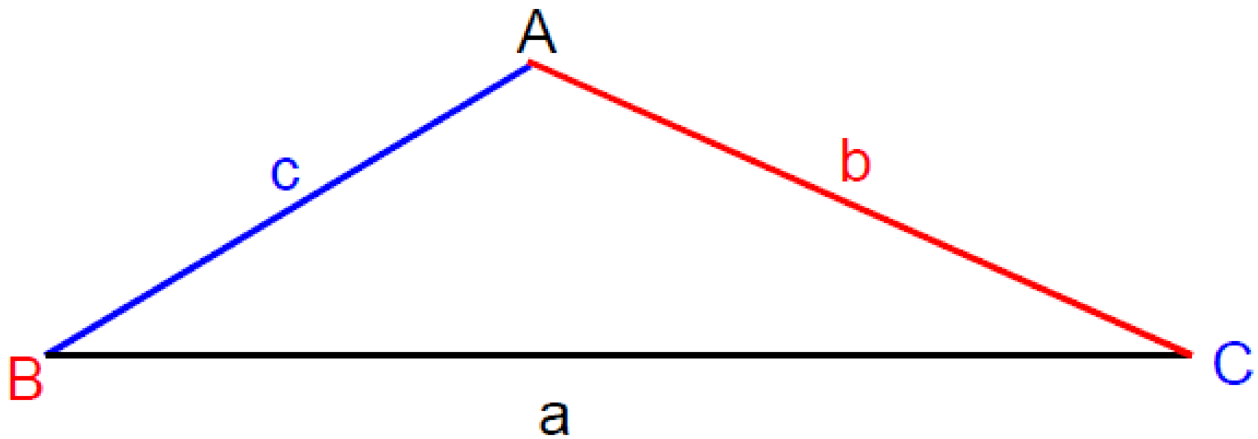
Dividir o ângulo 125º 59' 57" em 2 partes: 62º 59' 58,5"
124º/2 ; (60'+58')/2 ; (60''+57'')/2

Dividir o ângulo 13º 11' 02" em 3 partes: 4º 23' 40,7"
12/3 ; (60+9)/3 ; (120+2)/3

RELAÇÕES MÉTRICAS DO TRIÂNGULO

LEI DOS SENOS

“Num triângulo qualquer a razão entre cada lado e o seno do ângulo oposto é constante e igual ao diâmetro da circunferência circunscrita”.

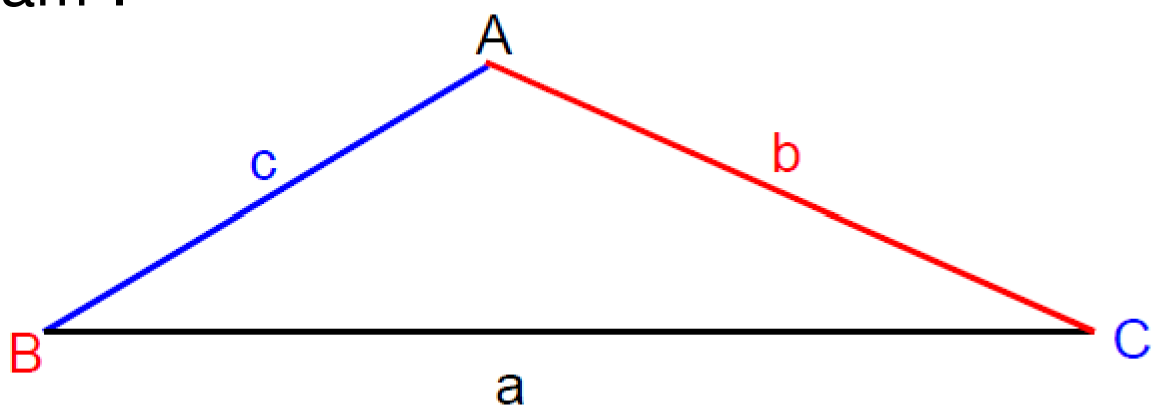


$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

RELAÇÕES MÉTRICAS DO TRIÂNGULO

LEI DOS COSENOS

"Num triângulo qualquer, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois, menos o dobro do produto das medidas dos dois lados pelo cosseno do ângulo que eles formam".

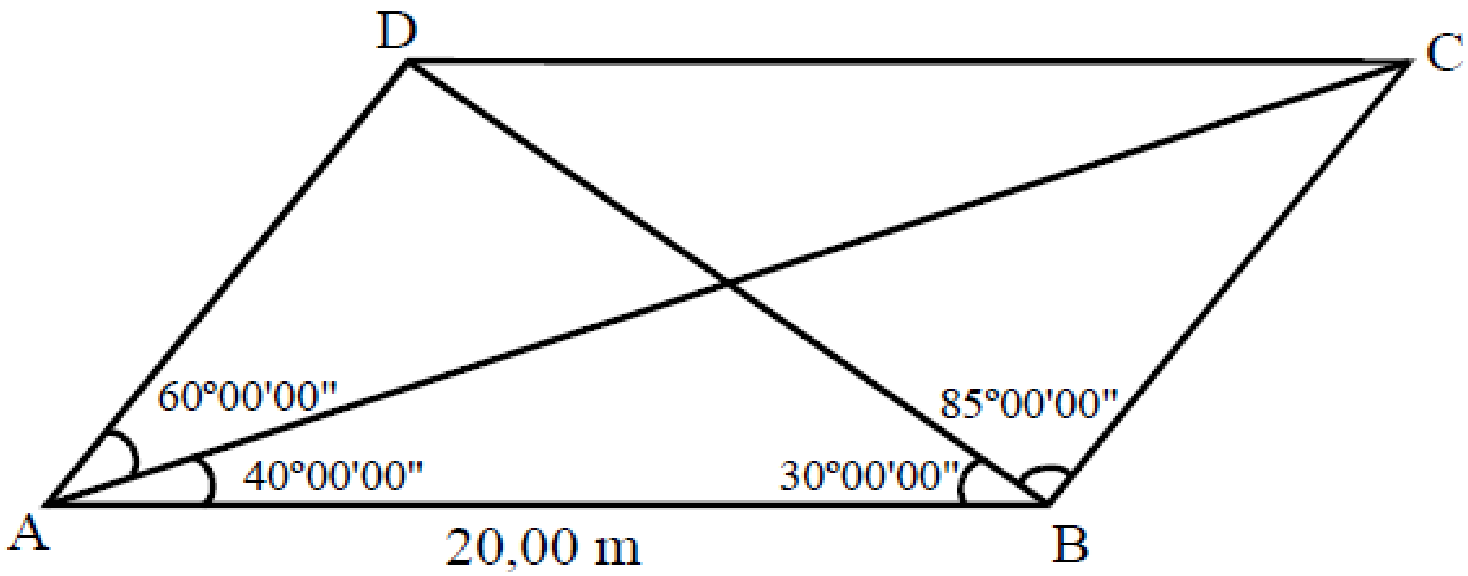


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$$

RELAÇÕES MÉTRICAS DO TRIÂNGULO

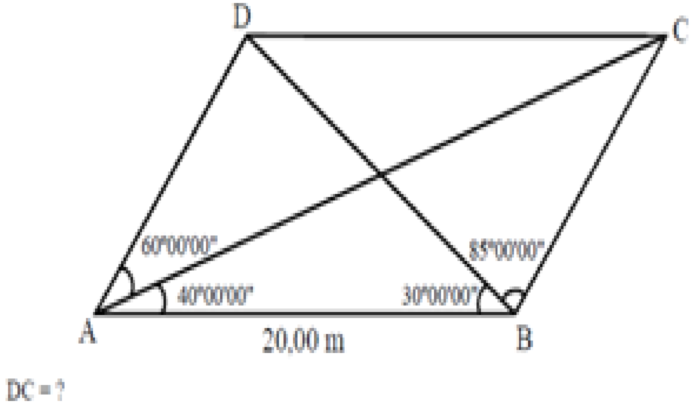
EXERCÍCIO

Um topógrafo, a partir dos pontos A e B, distantes de 20m, realiza a medição dos ângulos horizontais a duas balizas colocadas em D e C, com o auxílio de um teodolito. Calcule a distância entre as balizas (CEFET, 1984).



DC = ?

EXERCÍCIO 1



No Δ ABD $B = 30^{\circ}$ e $A = 60^{\circ} + 40^{\circ}$ ou $A = 100^{\circ}$ ⇒ temos $D = 50^{\circ}$

Cálculo de AD - Lei dos Senos:

(20/sen 50) = (AD/sen 30) **AD = 13,05407289**

No Δ ABC $A = 40^{\circ}$ e $B = 115^{\circ}$ ⇒ temos $C = 180^{\circ} - (40^{\circ} + 115^{\circ})$ ou $C = 25^{\circ}$

Cálculo de AC - Lei dos Senos:

(20/sen 25) = (AC/sen 115) **AC = 42,89013841**

No Δ ACD onde: $A = 60^{\circ}$; AD = 13,05407 AC = 42,89014

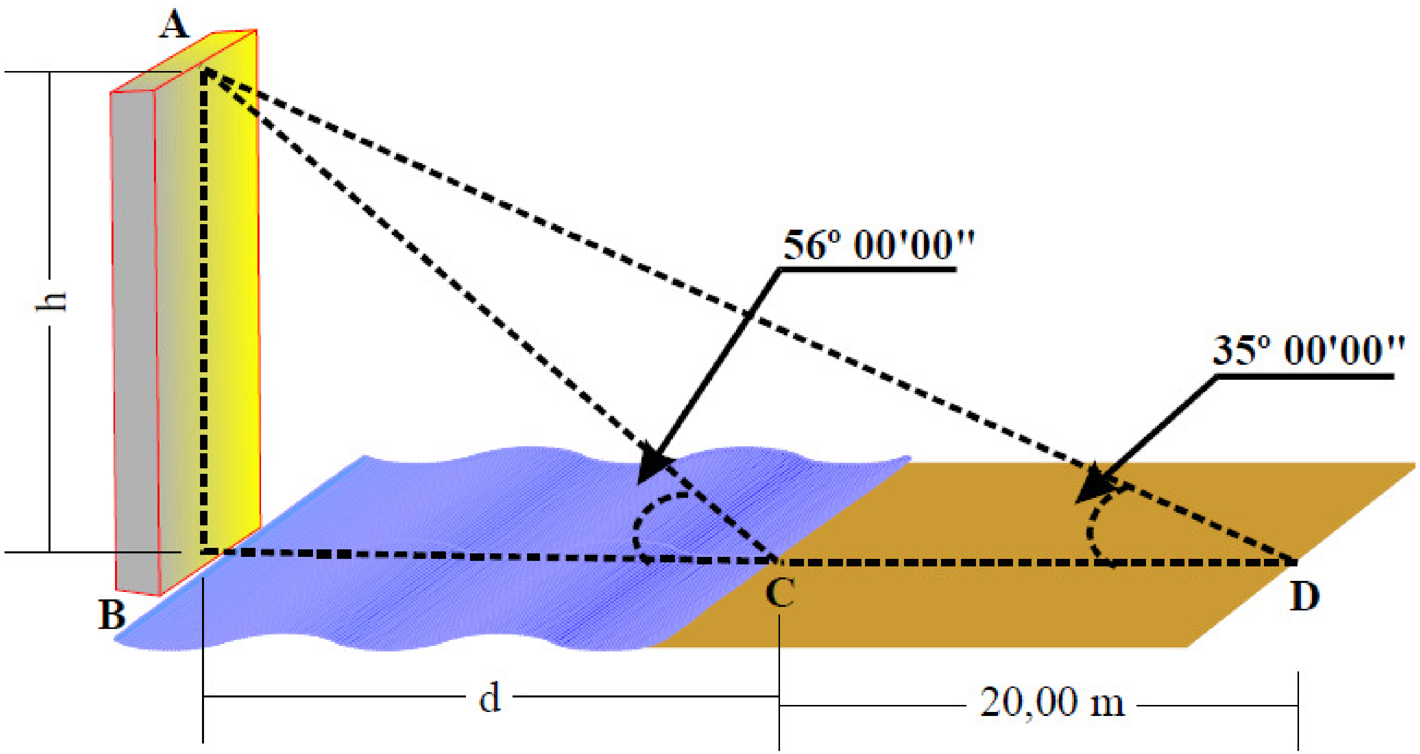
Cálculo de DC - Lei dos Cossenos:

DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2 AD AC cos 60 **DC = 38,07993958**

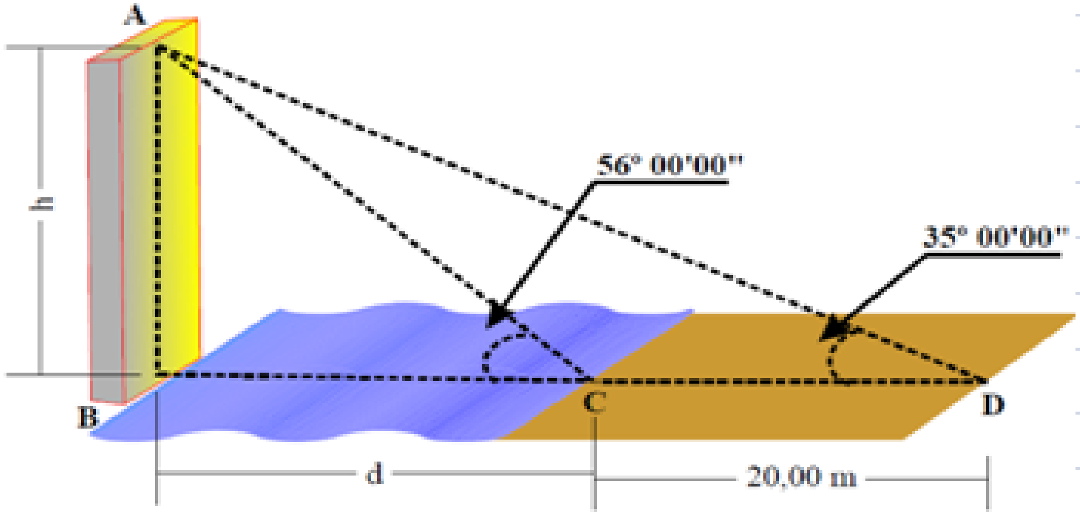
TRIGONOMETRIA PLANA

EXERCÍCIO

Um observador na margem de um rio vê o topo de uma torre na outra margem segundo um ângulo de 56º 00'00". Afastando-se de 20,00 m, o mesmo observador vê a mesma torre segundo um ângulo de 35º 00'00". Calcule a largura do rio (*CEFET, 1984*).



EXERCÍCIO 2



d = (-20*tan(35))/(tan(35)-tan(56))

d =	17,90003

h = d * TAN(56)

h =	26,53789

35^o = ATAN(h/(20+ABS(d)))

0,610865238	ou	35

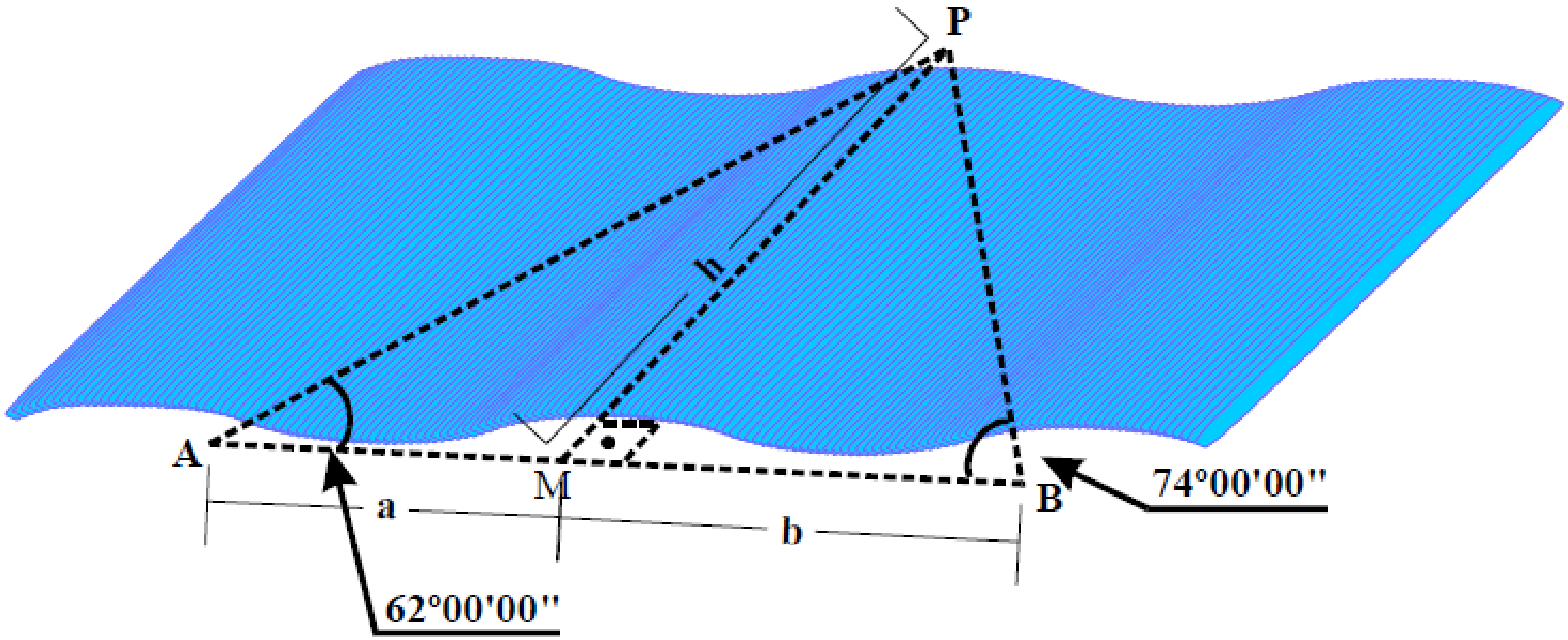
56^o = ATAN(h/d)

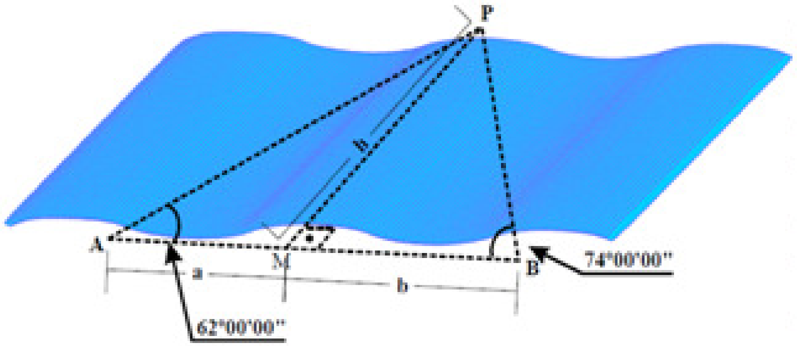
0,977384381	ou	56

TRIGONOMETRIA PLANA

EXERCÍCIO

Para determinar a largura de um rio, um topógrafo mediu, a partir de uma base AB de 20,00m de comprimento os ângulos A e B, conforme figura. Calcule valor de h.





a = (20*tan(74))/(tan(62)+tan(74))

a = 12,99301

b = 20 - a

b = 7,006994

h = a * TAN(62)

h = 24,43629

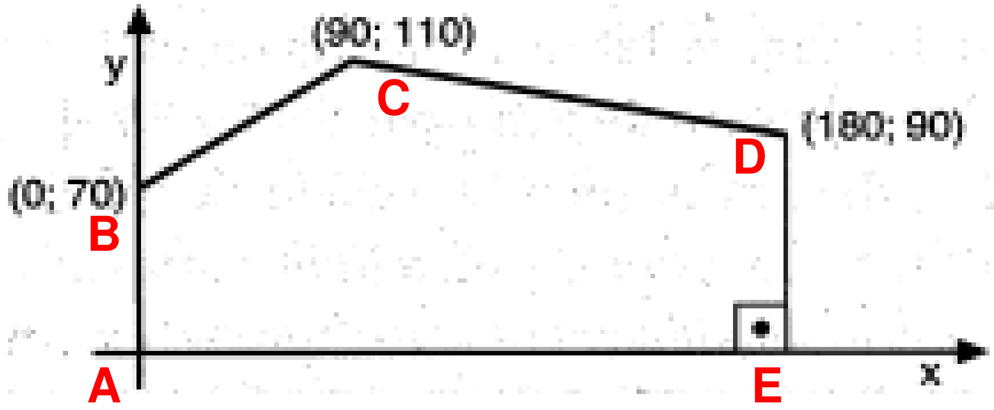
62^o = ATAN(h/a)

1,082104 ou 62

74^o = ATAN(h/P16)

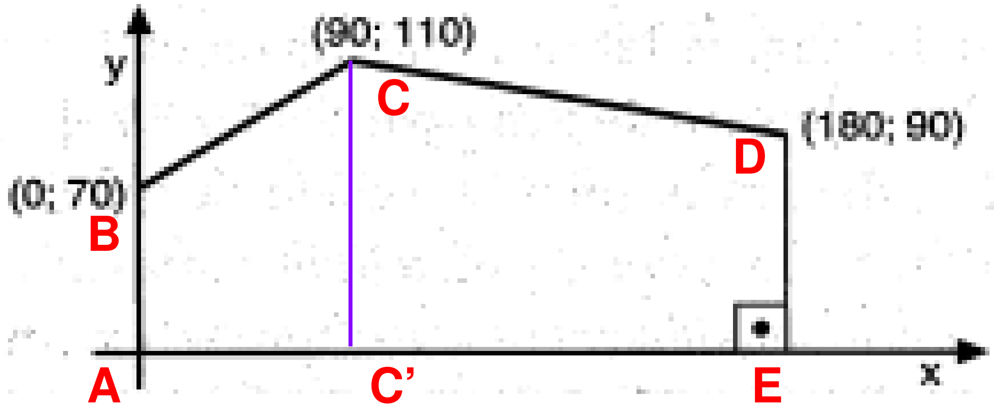
1,291544 ou 74

Com as medidas (em metros) das distâncias obtidas com uma trena e dos ângulos internos medidos com um teodolito, um engenheiro desenhou, em um plano cartesiano, um terreno, representado na figura a seguir. As coordenadas dos vértices da região poligonal estão indicadas no desenho. Qual é a área do terreno?



SOLUÇÃO

Com as medidas (em metros) das distâncias obtidas com uma trena e dos ângulos internos medidos com um teodolito, um engenheiro desenhou, em um plano cartesiano, um terreno, representado na figura a seguir. As coordenadas dos vértices da região poligonal estão indicadas no desenho. Qual é a área do terreno?



No trapézio ABCC'

B = 110

b = 70

h = 90

No trapézio CC'DE

B = 110

b = 90

h = (180 - 90) => 90

Área do trapézio:

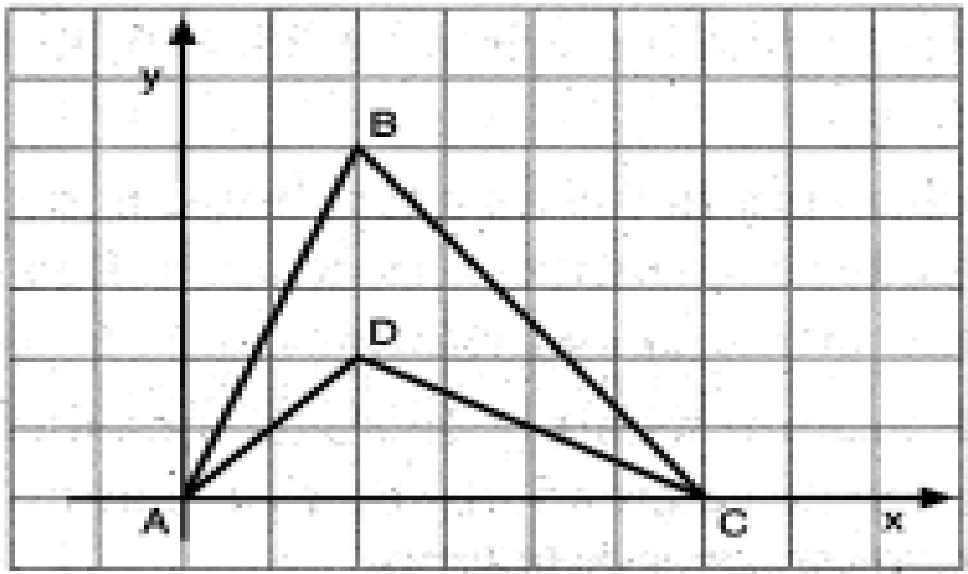
$$\boldsymbol{A = h * \frac{(B + b)}{2}}$$

$$A_{T1} = 90 * \frac{(110 + 70)}{2} \qquad A_{T1} = 90 * 90 \qquad A_{T1} = 8.100$$

$$\boldsymbol{A_{Total} = 17.100}$$

$$A_{T2} = 90 * \frac{(110 + 90)}{2} \qquad A_{T2} = 90 * 100 \qquad A_{T2} = 9.000$$

Um avião inicia uma viagem em uma cidade A, com destino a uma cidade B. Da cidade B, viaja para a cidade C e, em seguida, para a cidade D. Termina o percurso na cidade A, de onde partiu. O deslocamento do avião pode ser observado no plano cartesiano a seguir:



Cada quadradinho tem lado igual a 100 km. Determine, aproximadamente, a distância percorrida pelo avião:

a) 1 538,5 km

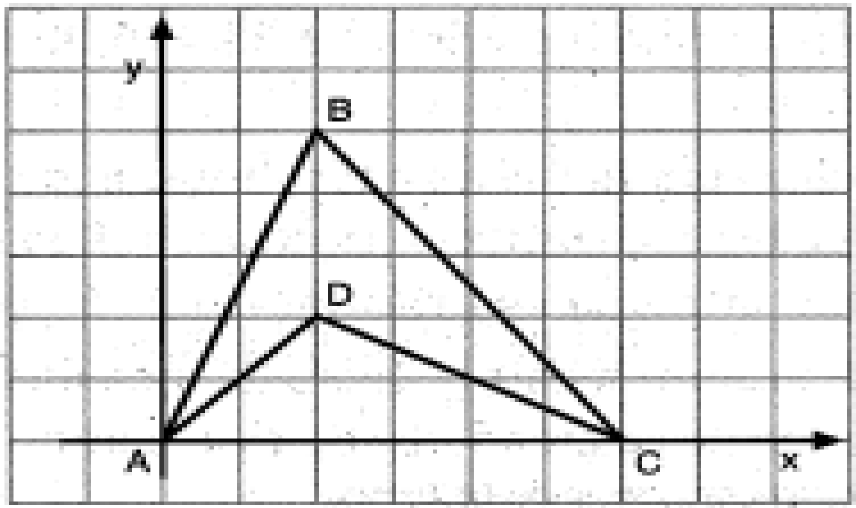
b) 1 640,3 km

c) 1 447,2 km

d) 1 282,8 km

e) 1 908,8 km

Um avião inicia uma viagem em uma cidade A, com destino a uma cidade B. Da cidade B, viaja para a cidade C e, em seguida, para a cidade D. Termina o percurso na cidade A, de onde partiu. O deslocamento do avião pode ser observado no plano cartesiano a seguir:



Cada quadradinho tem lado igual a 100 km. Determine, aproximadamente, a distância percorrida pelo avião:

a) 1 538,5 km
b) 1 640,3 km
c) 1 447,2 km
d) 1 282,8 km
e) 1 908,8 km

RESPOSTA: 1.908,8 Km

F I M